

## Weibull-Funktion für nicht linearen Verlauf

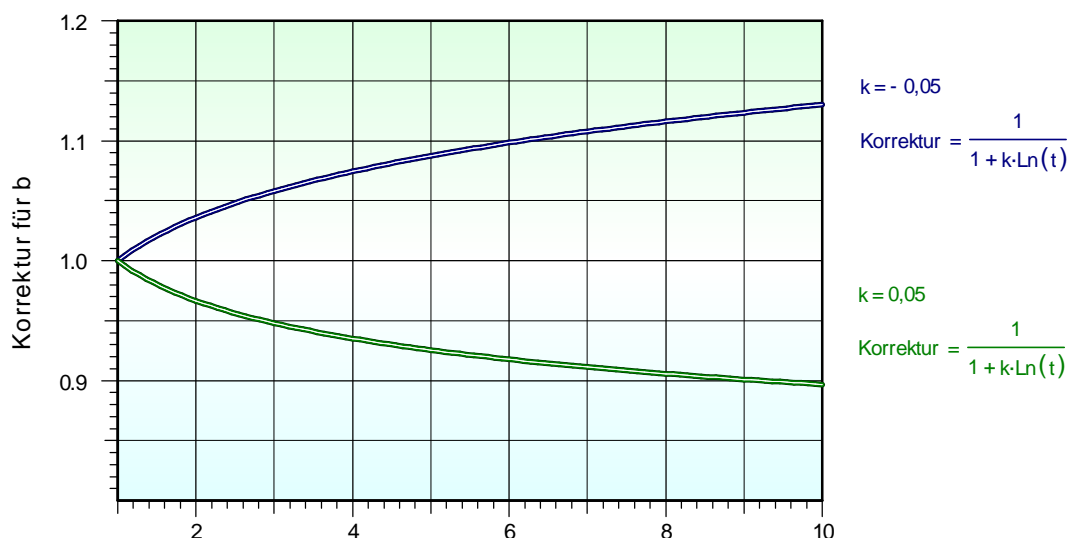
Häufig gibt es nicht lineare Verläufe im Weibull-Diagramm, die mit der 3-parametrischen Funktion ( $t_0$ ) nicht erfasst werden können. Insbesondere der Verlauf über eine sehr lange Lebensdauer flacht stetig ab. Dies ist der Fall, wenn die Produkte über der Zeit durch andere Zusammenhänge als das Ausfallmerkmal abnehmen (z.B. Sterbekurve bei Fahrzeugen aufgrund von Unfällen). Hierbei ist die Krümmung im Weibull-Diagramm über der Zeit relativ gleichmäßig, während die 3-parametrische Weibull-Funktion mit  $t_0$  am Anfang häufig sehr steil und später fast linear ausläuft. Gesucht wird eine Funktion bzw. eine Erweiterung der Weibull-Funktion mit folgenden Eigenschaften:

- Kurvenverlauf im Weibull-Netz mit möglichst gleichmäßiger Krümmung
- Darstellung auch von linksgekrümmten Verläufen (progressive Zunahme)

Diese Vorgabe lässt sich mit folgendem Term im Exponenten von  $b$  realisieren:

$$\frac{1}{1+k \ln(t)}$$

Der Parameter  $k$  stellt die Stärke der Krümmung dar. Wenn diese positiv ist, ergibt sich eine abnehmende Steigung  $b$ . Ist er negativ, so entsteht eine zunehmende Steigung. Das folgende Beispiel zeigt für  $k=-0,05$  und  $k=0,05$  die Verläufe:



Beim Start bei  $t=1$  ist die Korrektur=1. Die Steigung ist hier also die „originale“. Die Interpretation bezüglich  $b$  bezieht sich also auf den Anfang, während das ermittelte  $b$  für die 3-parametrische Weibull-Funktion näherungsweise im Auslauf rechts an der

Kurve zu interpretieren ist.

Weibull-Funktion mit zeitabhängigem Korrekturfaktor  $b$  wird somit zu:

$$H = 1 - e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^{\frac{b}{1+k \ln(t)}}}$$

Der Logarithmus stellt sicher, dass zu hohen Laufzeiten die Korrektur nicht übermäßig wächst. Bei konkavem Verlauf mit negativem  $k$  darf der Nenner  $1+k \ln(t)$  nicht  $\leq 0$  werden. Außerdem kann es passieren, dass diese erweiterte Weibull-Funktion über 100% geht. Beides stellt einen unzulässigen Bereich dar.

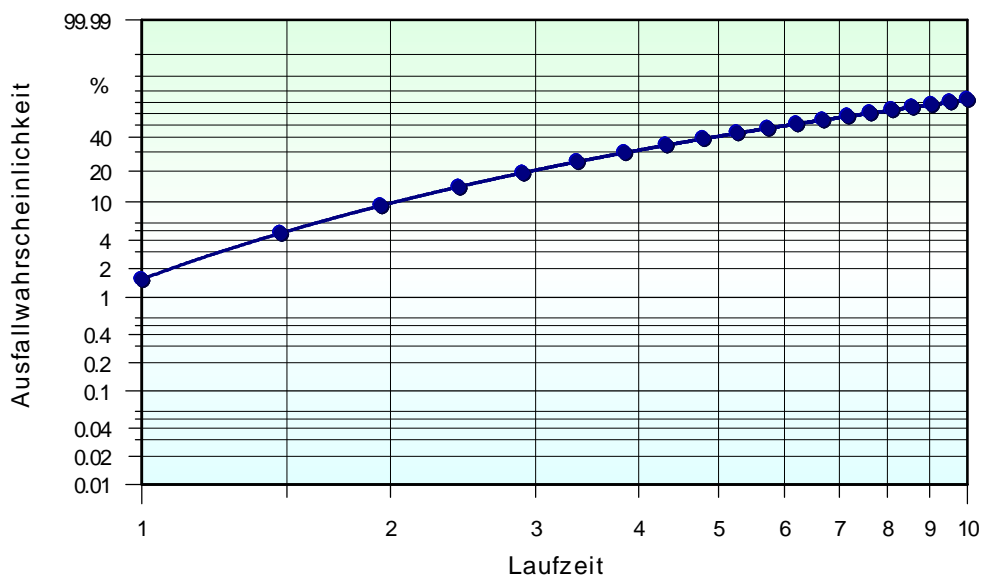
Diese Erweiterung (Korrektur) basiert nicht auf Herleitung eines bestimmten Sachverhaltes (z.B. der genannten Sterbekurve). Hiermit soll lediglich eine Funktion für konkave oder konvexe Kurvenverläufe zur Verfügung gestellt werden, mit der man den Verlauf einer nichtlinearen Weibull-Kurve besser beschreiben kann. Das Maß für die Güte dieser Funktion ist der Korrelationskoeffizient  $r$ . Je besser dieser ist, desto sicherere kann man diese neue Weibull-Funktion auch zum Extrapolieren zu höheren Laufzeiten verwenden, als Datenpunkte vorliegen.

Beispiel für degressiven Verlauf:

$$T = 8,0746 \quad b = 1,99 \quad k = 0,308$$

$$H = 100\% \cdot \left[ 1 - e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^{\frac{b}{1+k \cdot \ln(t)}}} \right]$$

$$r = 1$$



Der Parameter  $k$  muss iterativ bestimmt werden. Als erste Schätzung für den Start der Iteration kann  $b$  aus der Ausgleichsgerade ermittelt werden. Ebenso die charakteristische Lebensdauer  $T$ .

Die Darstellung dieser Weibull-Funktion ist in der Software Visual-XSel ab Version 10.0 möglich.