24 Versuche ohne Ausfälle
Success Run

24.1 Mindestzuverlässigkeit und Aussagewahrscheinlichkeit

Um eine Aussage über die Zuverlässigkeit eines Bauteiles oder einer Baugruppe zu erhalten, werden vor der eigentlichen Serienproduktion Versuche mit einer begrenzten Anzahl von Versuchsträgern durchgeführt. Dabei werden grundsätzliche Konstruktionsfehler oder Fertigungsfehler relativ sicher entdeckt. Dagegen besteht eine nur geringe Wahrscheinlichkeit, zufällige und mit kleiner Häufigkeit auftretende Schäden festzustellen, wenn im Test keine wesentlich höhere Belastung gefahren werden kann. Dies ist in der Regel bei Fahrzeugversuchen der Fall, im Gegensatz zu speziellen Bauteilversuchen an Aggregateprüfständen bzw. im Labor, die eine Belastungserhöhung von Faktor 2 und mehr erlauben.

Zunächst besteht die Frage, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit P_A ist, dass im Test ein Prüfling ausfällt:

$$P_A = 1 - R_t^n$$

mit R_t = Zuverlässigkeit bei Testzeit t für ein Prüfling; n = Anzahl Prüflinge

Hieraus ergibt sich durch Umstellung:

$$R_t = (1 - P_A)^{1/n}$$

Die Zuverlässigkeit für die Testzeit t errechnet sich wiederum durch:

$$R_t = e^{-(t/T)^b}$$

Für die ausgelegte Lebensdauer t_a gilt eine Zuverlässigkeit R_a:

$$R_a = e^{-(t_a/T)^b}$$

Setzt man diese beiden ins Verhältnis, und definiert $Lv = t / t_a$, so entsteht:

$$\frac{R_t}{R_a} = \frac{e^{-(t/T)^b}}{e^{-(t_a/T)^b}} \quad \text{->} \quad \frac{\ln(R_t)}{\ln(R_a)} = \frac{-(t/T)^b}{-(t_a/T)^b} = Lv^b$$

Daraus folgt:

$$\ln(R_t) = \ln(R_a)\,Lv^b$$

$$R_t = R_a^{\,Lv^b}$$

Zusammen mit der Anzahl Prüflinge $R_t = (1 - P_A)^{1/n}$ entsteht durch Gleichsetzung schließlich:

$$R_t = R_a^{L_v^b} = (1 - P_A)^{\frac{1}{n}}$$

$$R_a = (1 - P_A)^{\frac{1}{n\,L_v^b}}$$

Die Zuverlässigkeit R_a ist als zu „garantierende Mindestzuverlässigkeit“ zu betrachten und es gilt:

$$R_{\min} = (1 - P_A)^{\frac{1}{n\,L_v^b}}$$

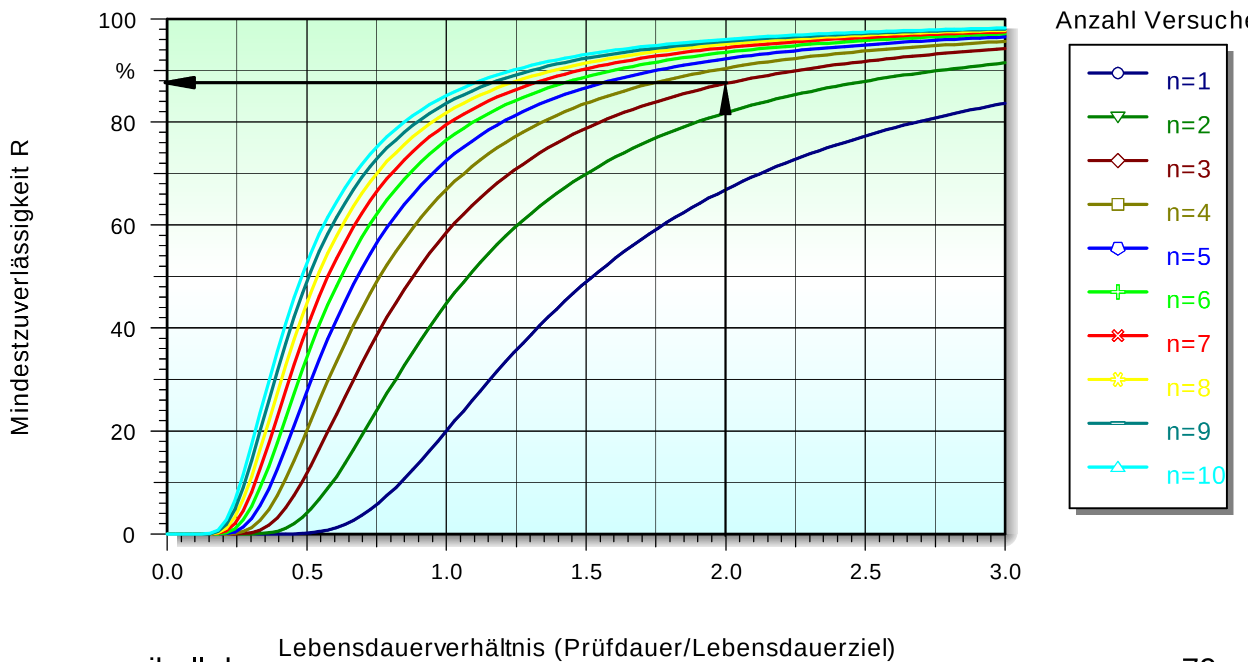
Beispiel: Für eine Aussagewahrscheinlichkeit P_A=0,8 und einem geschätztem b=2 ergibt sich folgende Darstellung:

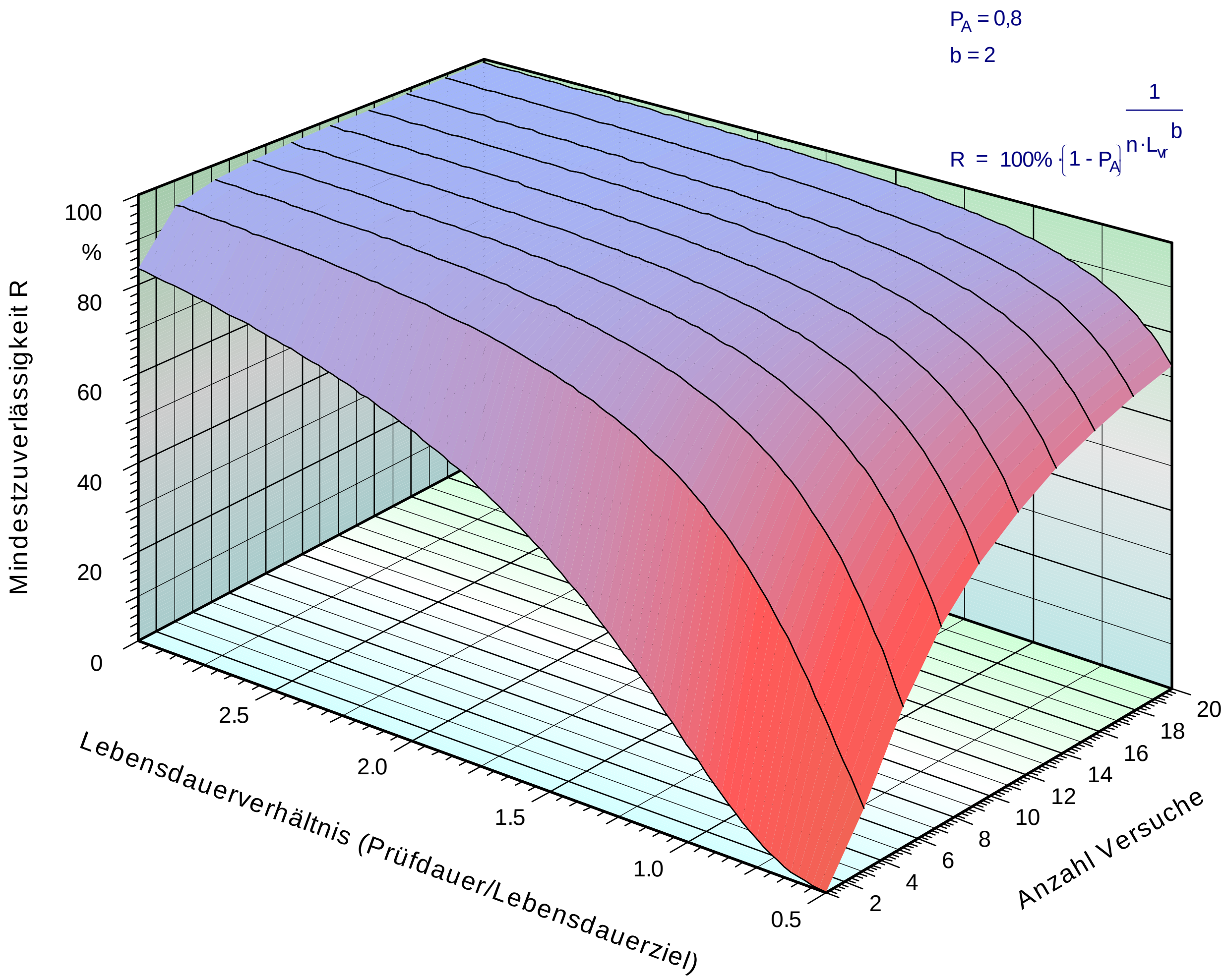
In der 3D-Darstellung erkennt man, dass auf hohem Niveau von L_v und n eine weitere Steigerung keine entscheidende Vorteile mehr bringt.

$P_A = 0,8$

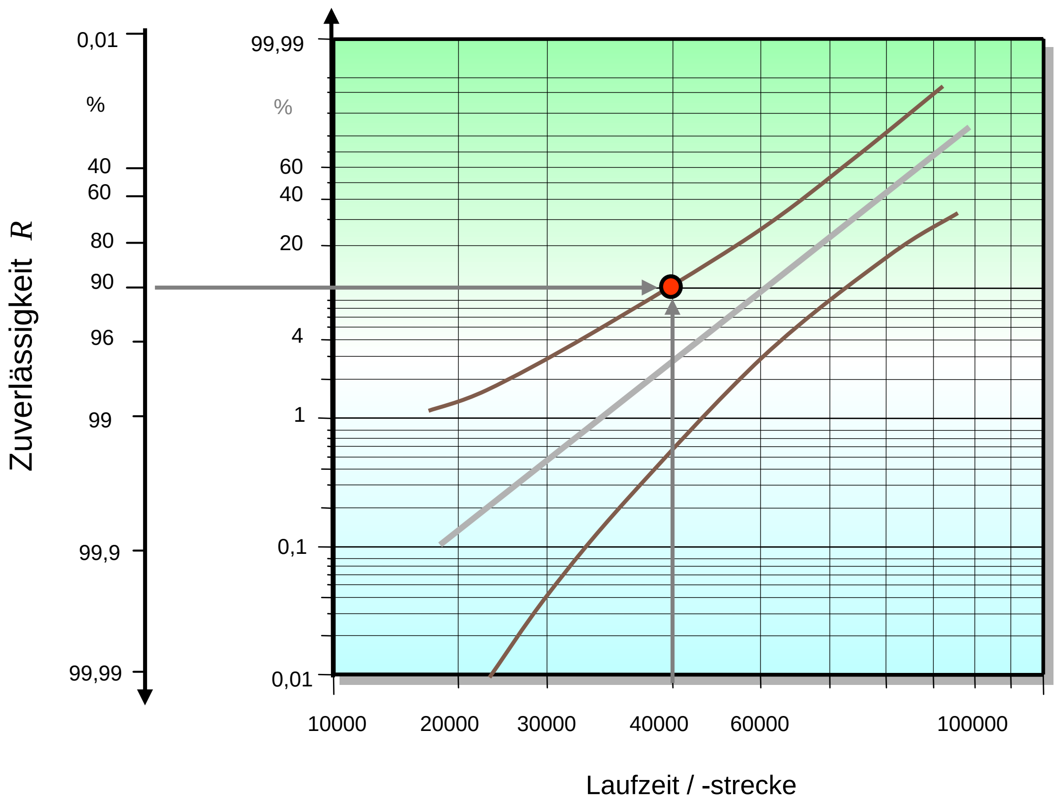
$b = 2$

$$R = 100\% \cdot (1 - P_A)^{\frac{1}{L_v^{\,b} \cdot n}}$$





Betrachtet man sich diese Überlegungen im Weibull-Netz, so ergibt sich folgende Darstellung (P_A = 0,80 -> oberer Vertrauensbereich 90% t = 30000 R_{min} = 90%)



P_A wahr ürsprünglich als die Wahrscheinlichkeit für den Ausfall eines Prüflinges eingeführt worden. Voraussetzung ist, dass diese Prüflinge eine zufällige Stichprobe einer „Grundgesamtheit“ sind. Eine Aussage wird also damit auf diese gemacht, womit der Begriff dem Vertrauensbereich des dargestellten Weibull-Netzes entspricht.

! Die errechnete Mindestzuverlässigkeit ist nicht gültig, wenn die Prüfling „Handmuster“ oder Prototypen sind, deren Herstellprozeß nicht der späteren Serie entspricht.

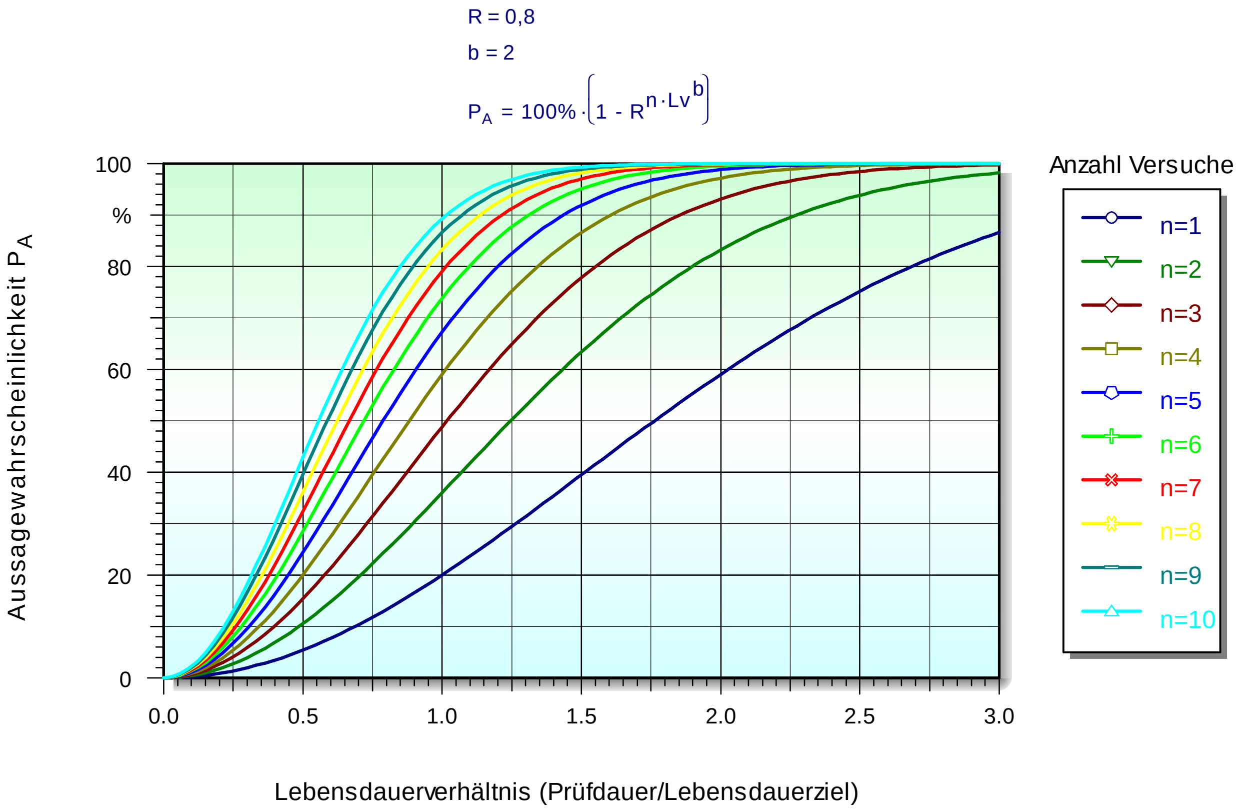
! Zu bemerken ist, dass ein niedrigeres b eine geringere Mindestzuverlässigkeit bringt. Dies ist zunächst nicht zu erwarten gewesen, denn ein höheres b ergibt ja eine stärkere Steigung im Weibull-Netz und somit eine höhere Ausfallhäufigkeit. Da aber von einer höheren Laufzeit im Test auf die geforderte Laufzeit zurückgerechnet wird, geht man gedachterweise von einem Punkt im Weibull-Netz flacher nach links und erhält dadurch eine größere Ausfallhäufigkeit bei geringerem b.

In der Regel kann gesagt werden, dass es für die Aussagewahrscheinlichkeit oder für die Bestimmung der Zuverlässigkeit besser ist, weniger „Proben“ länger zu testen als viele mit relativ kurzen Testzeiten. Durch weniger Proben erhält man aber auch eine geringere Aussage über die Streuung der Bauteile (Stichprobenmindestumfang).

! Grundsätzlich sollte Lv>1 sein, wenn die Belastung nicht erhöht werden kann. Ungeachtet der rechnerischen Mindestzuverlässigkeit darf kein Teil bei Lv<1 ausfallen (Mindestanforderung).

Möchte man eine Aussage über die Lebensdauerverkürzung durch eine höhere Belastung machen, so sind Versuche mit konkreten Ausfällen nötig, die man in einem Wöhlerdiagramm darstellt.

Ist eine bestimmte Mindestzuverlässigkeit vorgegeben und die Frage, welche Aussagewahrscheinlichkeit erreicht wird, so ist die oben dargestellte Formel entsprechend umzustellen, und es ergibt sich für b=2 und R=80%:



24.2 Mindeststichprobenumfang für Versuche

Häufig stellt sich die Frage nach der Mindestanzahl von Prüflingen für den Nachweis der vorgegebenen Zuverlässigkeit. Diese Frage lässt sich jedoch nicht allgemein beantworten. Nach VDA berechnet sich eine notwendige Mindestanzahl durch Umstellung der Formel nach n:

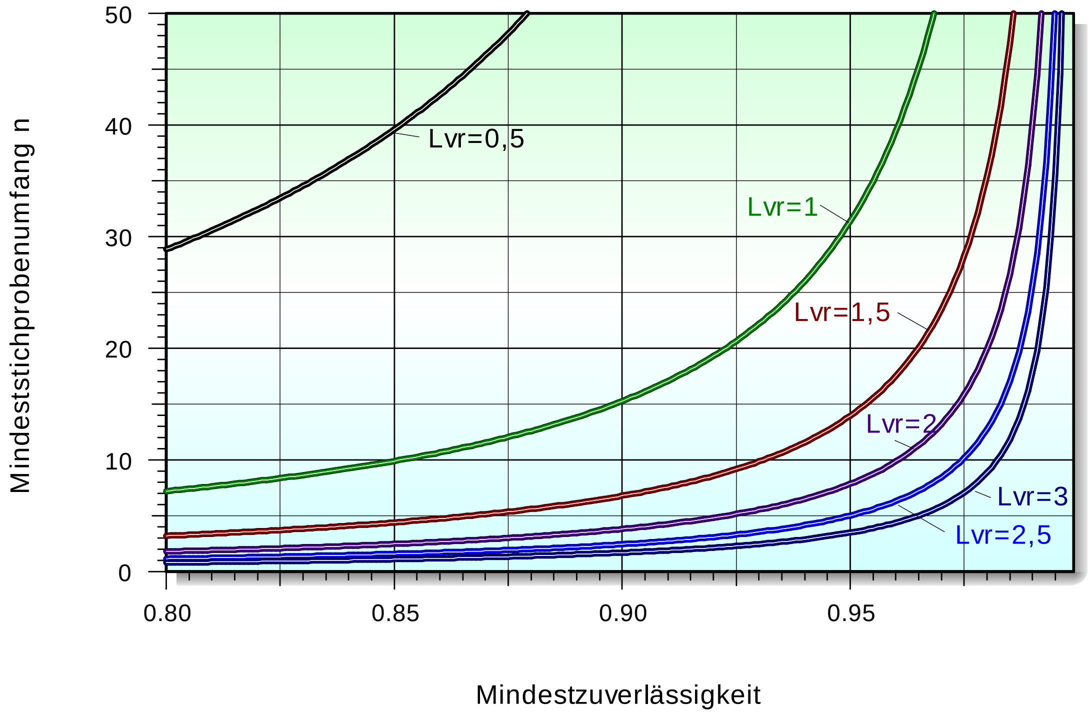
$$n = \frac{1}{L_v^b}\left[\frac{\ln(1-P_A)}{\ln(R)}\right]$$

Für P_A=0,80 und b=2 ergibt sich:

$P_A = 0{,}80$

$b = 2$

$$n = \frac{1}{Lv^b} \cdot \frac{Ln(1 - P_A)}{Ln(R)}$$



Voraussetzung für diesen Stichprobenumfang ist, wie dargestellt, dass keine Ausfälle auftreten.

Zur Ermittlung der Mindeststichprobenanzahl kann auch die Bestimmung des Vertrauensbereiches angesetzt werden, was zu gleichen Überlegungen mit Verwendung einer vorgegebenen Aussagewahrscheinlichkeit führt.

Beispiel: Gesucht ist die Anzahl der zu prüfenden Bauteile, wenn eine zweifache Prüfzeit zur geforderten Lebensdauer möglich ist und eine Mindestzuverlässigkeit von R=90% gefordert ist. Im Test fallen keine Teile aus. Es ergibt sich n=3 für eine Aussagewahrscheinlichkeit von P_A=0,80.

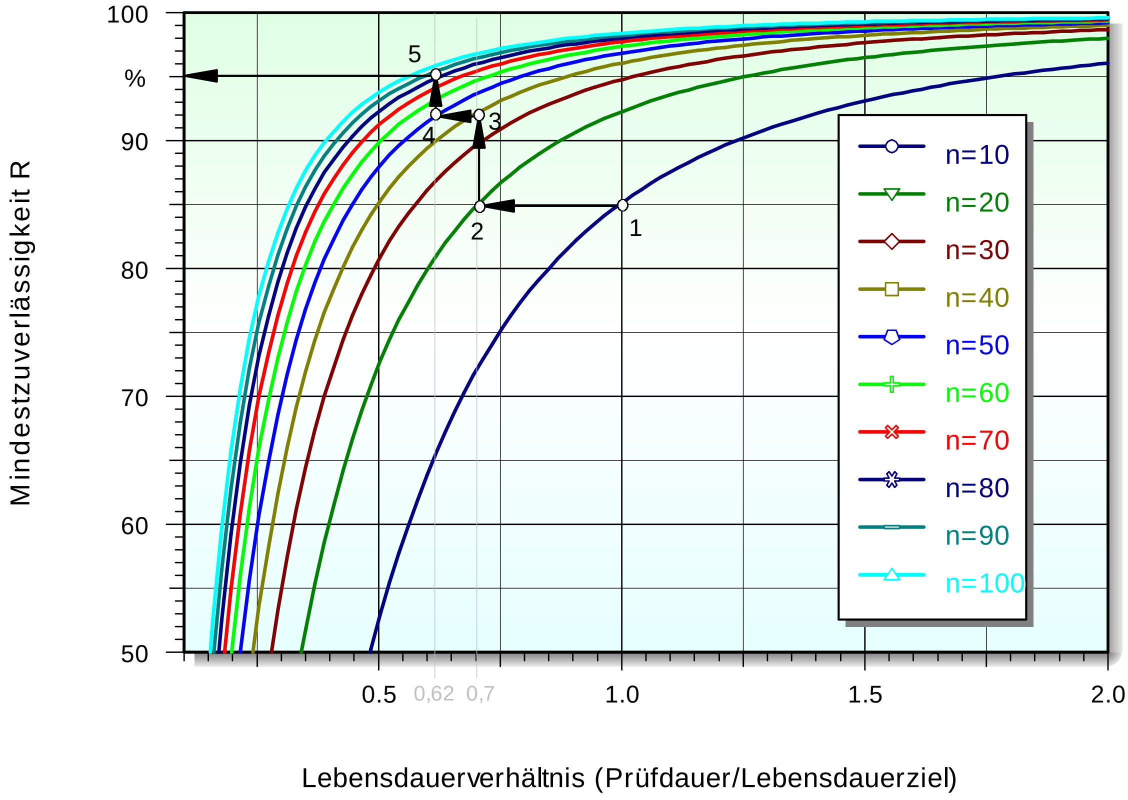
24.3 Bestimmung der Mindestzuverlässigkeit bei mehreren Prüfgruppen mit unterschiedlichen Laufzeiten

Gibt es mehrere gleiche Produkte mit unterschiedlichen Laufzeiten im Test (oder auch im Feld), so trägt jede zurückgelegte Laufzeit ohne Ausfall zur Aussage der Mindestzuverlässigkeit bei. Sinnvollerweise werden dabei entsprechende Klassen der Laufzeiten gebildet. Hierzu ein Beispiel: Für eine Aussagewahrscheinlichkeit von P_A=80% und einer geforderten Solllebensdauer von 100000km sind folgende Laufzeiten und Anzahl „Prüflinge“ gefahren worden (Annahme b=2):

i	Laufzeit/km	Lv	n
1	100000	1,0	10
2	70000	0,7	20
3	62000	0,62	40

Dabei wurden die Laufzeiten absteigen sortiert und mit der Berechnung bei der höchsten begonnen. Es ergeben sich folgende Punkte im Diagramm:

1) Bei der höchsten Laufzeit mit L_v=1.0 haben 10 Teile ohne Ausfall überlebt.
2) Dies entspricht einer Menge von 20 Teilen bei L_v=0,7 (gleiches R_{min}).
   Bei L_v=0,7 sind konkret 20 Teile ohne Ausfall gefahren worden
3) Beide Informationen ergeben zusammen ca. 40 Teile bei L_v=0,7
4) Dies entspricht einer Menge von 50 Teilen bei L_v=0,62 (gleiches R_{min}).
   Bei L_v=0,62 sind konkret 40 Teile ohne Ausfall gefahren worden.
5) Beide vorhergehende Informationen ergeben zusammen ca. 90 Teile bei L_v=0,62



Das Ergebnis ist eine zu garantierende Mindestzuverlässigkeit von ca. 95%. In bezug auf die bereits eingeführte Beziehung der Mindestzuverlässigkeit ergibt sich das gesamthafte $R_{min,ges}$ allgemein zu:

$$R_{\min,ges} = 100\% \left(1 - P_A\right)^{\left(\sum_{i=1}^{k} Lv_i^b \, n_i\right)^{-1}}$$

k = Anzahl Kollektive

Sind während der Versuche unerwartet Ausfälle aufgetreten, so ergibt sich die Mindestzuverlässigkeit aus der Infromation der bis dahin erreichten Prüflaufzeit und der noch zu testenden Anzahl Prüflinge n':

$$R_{\min,ges} = 100\% \left(1 - P_A\right)^{\left(\sum_{i=1}^{k} Lv_i^b + n' \, Lv'^{\,b}\right)^{-1}}$$

k = Anzahl Kollektive
n' = Noch zu prüfende Anzahl Prüflinge ohne Ausfall
Lv' = Noch zu prüfende Testzeit für die Prüflinge ohne Ausfälle