Vergleich von 2 Verteilungen

Die Fragestellung, die hier behandelt wird lautet: Ist eine Konstruktion, ein System oder ein Bauteil zuverlässiger als ein anderes. Hat z.B. die Einführung einer Verbesserungsmaßnahme eine nachweisbare Verlängerung der Lebensdauer gebracht. Die Quantifizierung der Unterschiede kann durch die charakteristischen Lebensdauern T erfolgen -> T_1 / T_2

Die Hypothese lautet: Die Verteilungen sind gleich. Die Gegenhypothese ist: Die Verteilungen sind unterschiedlich. Die Frage ist, ob Unterschiede signifikant oder zufällig sind. Zur Bestätigung oder Verwerfung diese Hypothese bietet sich folgendes Vorgehen an:

1. Schritt

Zusammenfassen beider Verteilungen und Bestimmung von T_{ges} und b_{ges}

2. Schritt

Bestimmung des Vertrauensbereiches der Steigung

$$b_{ges} \pm u_{(1-\alpha)/2} \frac{0{,}78}{\sqrt{n}} b_{ges}$$

b_{ges} = Formparameter für alle Ausfallpkt. in einer gemeinsamen Weibull-Gerade
n = Anzahl Ausfälle

3. Schritt

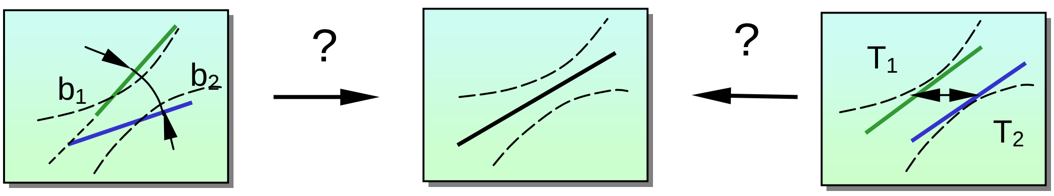
Bestimmung des Vertrauensbereiches der charakteristischen Lebensdauer

$$T_{ges} \pm u_{(1-\alpha)/2} \frac{1{,}052\, T_{ges}}{b\sqrt{n}}$$

T_{ges} = charakt. Lebensdauer für alle Ausfallpkt. in einer gemeinsamen Weibull-Gerade
n = Anzahl Ausfälle

4. Schritt

Prüfung auf unterschiedliche Verteilungen



Liegt b_1 und b_2 bzw. T_1 und T_2 innerhalb des Vertrauensbereiches der Gesamtgeraden ?

Ja : ☞ Hypothese „bestätigt“, dass Verteilungen gleich sind
(Stichprobe hat evtl. nicht ausgereicht Unterschiede zu erkennen)

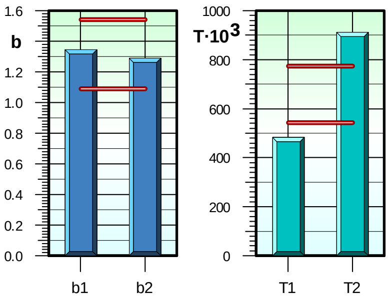
Nein : ☞ Gegenhypothese bestätigt, dass beide Verteilungen unterschiedlich sind

Für den Fall, dass kein Unterschied gefunden wird, läßt sich durch Umstellen der Vertrauensbereiche nach n der notwendige Stichprobenumfang ermitteln, ab wann die Gegenhypothese bestätigt werden kann:

$$n = \min\left[\left(\frac{0{,}78\,\left|u_{(1-\alpha)/2}\right|}{1-b_1/b_{ges}}\right)^2, \left(\frac{0{,}78\,\left|u_{(1-\alpha)/2}\right|}{b_2/b_{ges}-1}\right)^2, \left(\frac{1{,}052\,\left|u_{(1-\alpha)/2}\right| T_{ges}}{b_{ges}\left(T_{ges}-T_1\right)}\right)^2, \left(\frac{1{,}052\,\left|u_{(1-\alpha)/2}\right| T_{ges}}{b_{ges}\left(T_2-T_{ges}\right)}\right)^2\right]$$

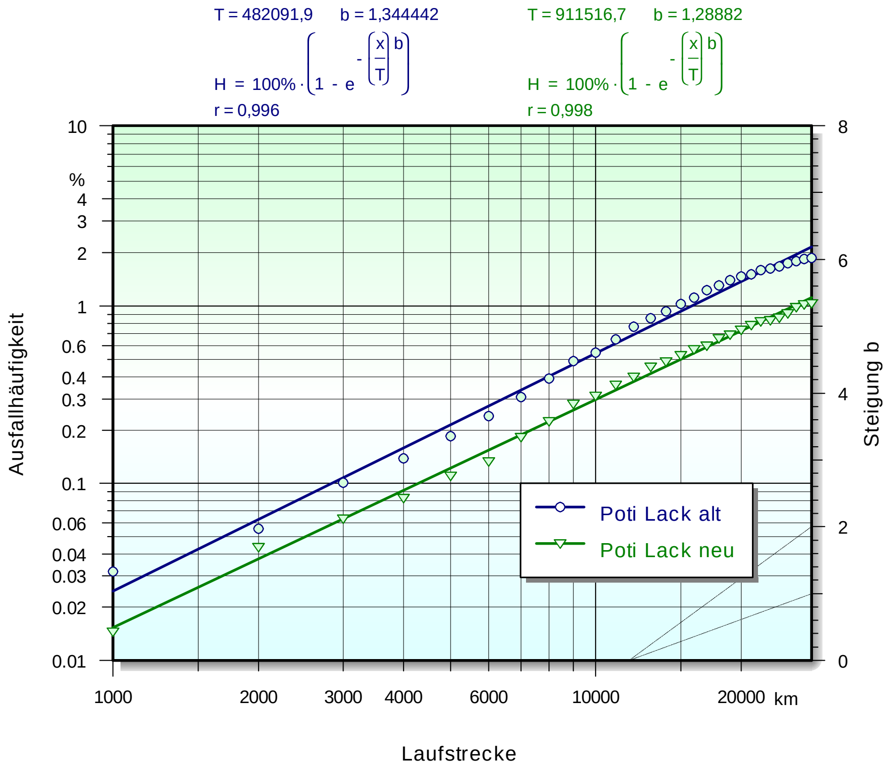
wobei hier die Wahl der Indizes so zu wählen ist, dass gilt $b_2>b_1$ und $T_2>T_1$

Im folgendem Beispiel eines Potentiometers wurde eine Verbesserungsmaßnahme als signifikant nachgewiesen (Hypothese wurde bestätigt).



b ges	1,32
b1	1,34
b2	1,29
bmin (90%)	1,09
bmax (90%)	1,54
T ges	658290,31
T1	481974,38
T2	911284,95
Tmin (90%)	542668,20
Tmax (90%)	773912,42

Verteilungen unterschiedlich Ja



Zur Ablehnung der Hypothese reicht es aus, wenn ein Kriterium erfüllt ist. In diesem Beispiel überschritten die einzelnen charakteristischen Lebensdauern den Vertrauensbereich der Gesamtgeraden.

Eine Alternative dieses Verfahrens ist die in /1/ (Auflage 2) beschriebenen Methode über die Aussagewahrscheinlichkeit. Die Berechnung erfolgt über folgende Beziehungen:

$$z = \left(\frac{t_{qA} / b_A}{\sqrt{n_A}} + \frac{t_{qB} / b_B}{\sqrt{n_B}} \right) \left(\frac{t_{qB} / b_A}{\sqrt{n_A}} + \frac{t_{qA} / b_B}{\sqrt{n_B}} \right)$$

$$y = \sqrt{1-q} \left(t_{qB}^2 - t_{qA}^2 \right) \frac{\ln\left(\frac{1}{1-q} \right)}{2 \sqrt{q\, t_{qA}\, t_{qB}\, z}}$$

$$y' = -0{,}3507 + 1{,}4752\, y - 0{,}1954\, y^2$$

$$P_A = 1 - \frac{1}{e^{e^{y'}}}$$

z, y = Hilfsfunktion zur Bestimmung der Aussagewahrscheinlichkeit
q = betrachteter Summen-%-Ausfallbereich
$t_{q,A}$ = Lebensdauer der Konstruktion A bei q-%-Ausfällen
$t_{q,B}$ = Lebensdauer der Konstruktion B bei q-%-Ausfällen
b_A = Steigungsparameter der Weibullverteilung von Konstrukion A
b_B = Steigungsparameter der Weibullverteilung von Konstrukion B
n_A = Stichprobenumfang von Konstrukion A
n_B = Stichprobenumfang von Konstrukion B
P_A = Aussagewahrscheinlichkeit

In einem anderem Beispiel kann man bei 50% eine Lebensdauer von ca. 5 Einheiten für Konstruktion 1 ablesen, während Konstruktion 2 mit ca. 6.4 eine offensichtlich deutlich höhere Lebensdauer aufweist. Da die beiden Kurven sehr eng beieinander liegen, ergeben sich große Überschneidungen der Vertrauensgrenzen, und es kann nur mit einer Aussagewahrscheinlichkeit von 50,6% gesagt werden, dass die Konstruktion 2 tatsächlich besser ist als die Konstruktion 1. Die Hypothese, dass die Verteilungen unterschiedlich sind, ist zu bestätigen, je weiter die Aussagewahrscheinlichkeit von 50% abweicht. Dies ist hier nicht der Fall.