

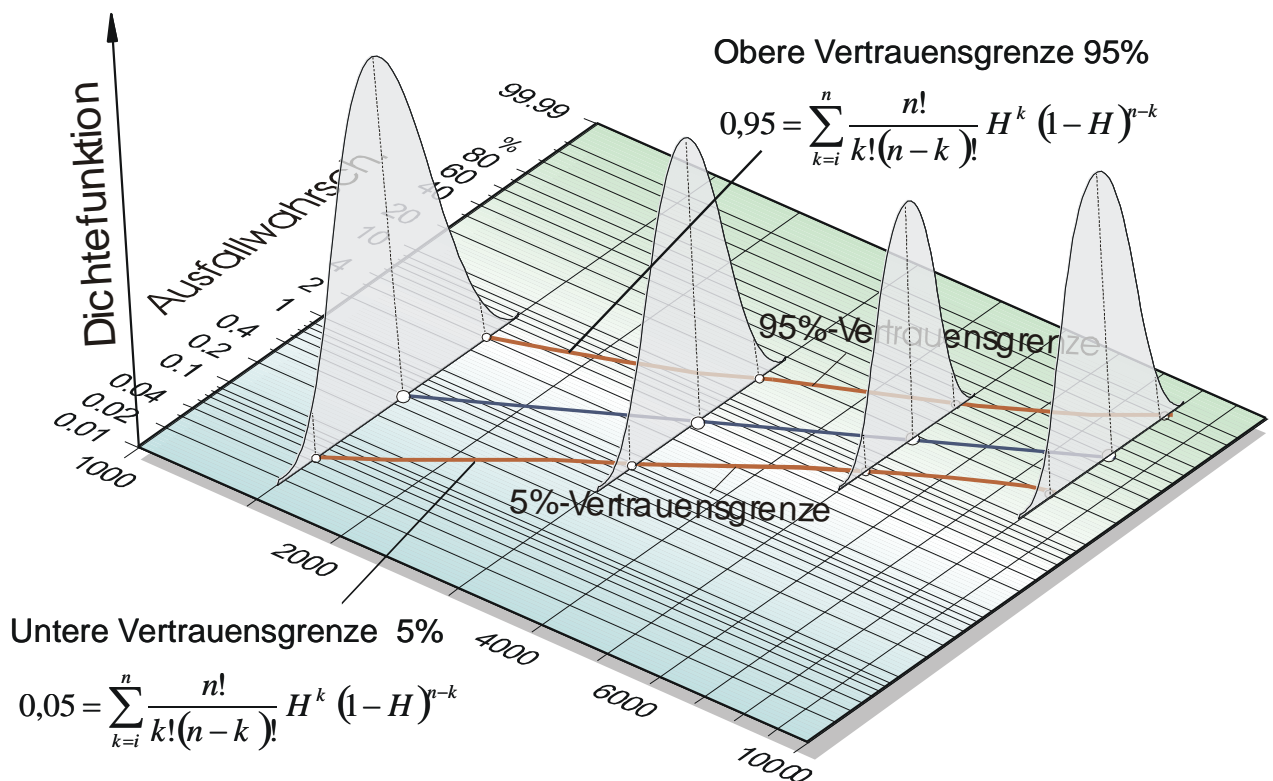
Vertrauensbereich der Ausgleichsgerade

Die Lage der Ausfallpunkte im Weibull-Diagramm wird bestimmt durch die sogenannte Beta-Binomialverteilung:

$$0,50 = \sum_{k=i}^n \frac{n!}{k!(n-k)!} H^k (1-H)^{n-k}$$

n : Anzahl Prüflinge
 i : Ordnungszahl der sortierten Ausf.
 H : gesuchte Ausfallwahrscheinlichk.

Bei der Weibull-Auswertung handelt es sich praktisch immer um eine Stichprobe. Die Gerade im Weibull-Diagramm entspricht also nur einer „Teilmenge“ der Gesamtheit (mittlere blaue Gerade). Weitere Stichproben ergeben durch die Streuung der Bauteile immer wieder andere Geraden. Würde man unendlich viele Stichproben übereinander legen, so ergibt sich die Dichte dieser Geraden als 3D-Darstellung folgendermaßen:



Betrachtet man in den Randbereichen die Stichproben, bei den 5% außerhalb liegen, so kann man sagen, dass 90% der Stichproben innerhalb der beiden gezeigten Vertrauensgrenzen liegen.

Der Vertrauensbereich berechnet sich ebenfalls aus der Beta-Binomialverteilung, jedoch anstelle von $P_A=0,50$ hier mit $P_A=0,05$ für die untere 5%-Vertrauensgrenze und $P_A=0,95$ für die obere 95%-Vertrauensgrenze. P_A wird als Aussagewahrscheinlichkeit bezeichnet.

Die gesuchten Werte des Vertrauensbereiches sind H . Das Problem ist jedoch auch hier, dass man diese Formeln nicht analytisch nach H auflösen kann.

Eine Alternative ist die Berechnung über die F-Verteilung. Durch eine Transformation lässt sich der Vertrauensbereich näherungsweise über folgende Beziehungen bestimmen:

$$V_{i,oben} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{i}{n-i+1} F_{2i, 2(n-i+1), P_A}} \quad V_{i,unten} = \frac{1}{\frac{n-i+1}{i} F_{2(n-i+1), 2i, 1-P_A} + 1}$$

Der Verlauf der Vertrauensgrenzen geht in den unteren und oberen Bereich mehr oder weniger weit auseinander. Dies zeigt, dass Aussagen in diesen Bereichen ungenauer sind, als im mittleren Abschnitt.

Der Vertrauensbereich ist über die Ausfallpunkte hinaus mathematisch nicht definiert, es können jedoch die Bereiche grafisch extrapoliert werden, z.B. mit Spline-Funktionen.

Auf weiterführende Beschreibungen sei insbesondere auf /1/ verwiesen.

Der Vertrauensbereich für die 3-parametrische Weibull-Verteilung wird auf die gleiche Weise bestimmt. Da dieser aber im vorderen Bereich der ersten Ausfallpunkte stark abknicken würde, werden hier z.B. mit Splines geglättete Kurven dargestellt.

Der Vertrauensbereich der Steigung b

Alleine für den Wert der Steigung b wird nach DGQ /8/ folgende Näherungsformel für $n \geq 50$ mit $u_{(1-\alpha)/2}$ aus der Normalverteilung verwendet:

$$b \left(1 \pm u_{(1-\alpha)/2} \frac{0.78}{\sqrt{n}} \right)$$

Für einen beidseitigen Vertrauensbereich von üblicherweise 90% ist $|u_{(1-\alpha)/2}| = 1,64$ (Absolutwert). Weitere Werte sind (u-Wert absolut):

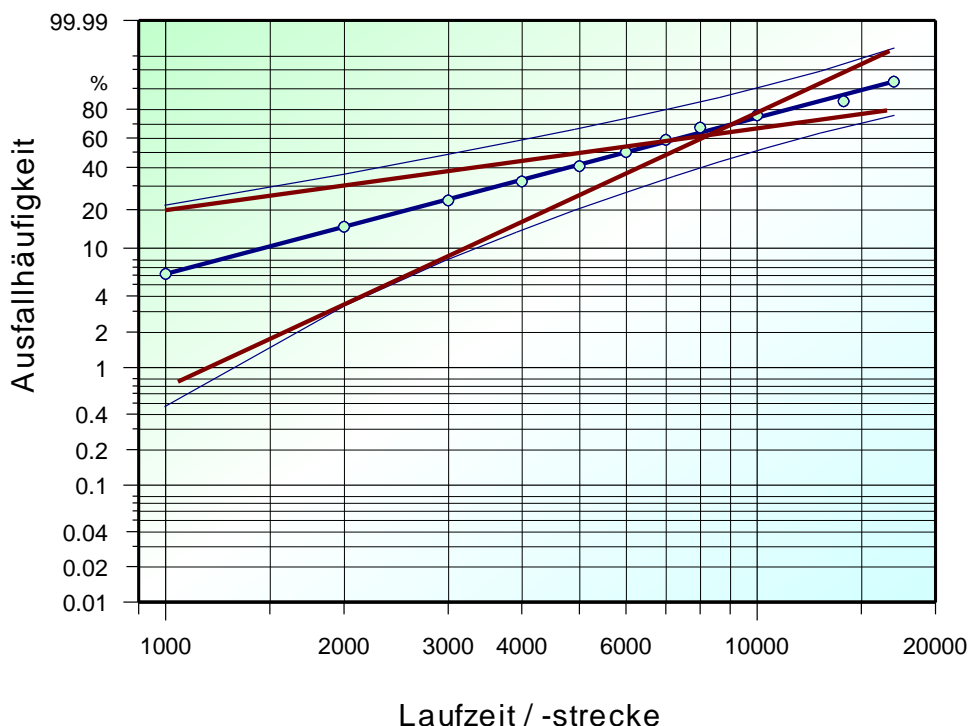
α	90%	95%	99%	99.9%
u	1,645	1,960	2,516	3,291

Eine exaktere Näherung ist bei Mock /31/ bzw. Bertsche/Lechner /23/ beschrieben:

$$b \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{1,4}{n}}} \leq b \leq b \left(1 + \sqrt{\frac{1,4}{n}} \right)$$

Hinweis:
Faktor 1,4 gilt nur für Vertrauensbereich 90%.
Andere Bereiche siehe Tabelle rechts

Vertrauensb.	
90%	$1 + \sqrt{\frac{1,4}{n}}$
95%	$1 + \sqrt{\frac{2,0}{n}}$
99%	$1 + \sqrt{\frac{3,4}{n}}$



Die Steigungen verschiedener Stichproben können sich in den Extremlagen innerhalb des Vertrauensbereiches bewegen. Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung des Vertrauensbereiches ist deshalb die linearisierten Eckpunkte (Diagonalen) der Beta-Binomialverteilung für die Vertrauensbereiche heranzuziehen.

Solange die Extremlagen verschiedener Stichproben innerhalb der Vertrauensgrenzen liegen, ist nicht davon auszugehen, dass sich der Schädigungsgrund markant ändert. In einem späteren Kapitel wird dieser Vertrauensbereich deshalb dazu verwendet Mischverteilungen zu bestimmen.

Der Vertrauensbereich der charakteristischen Lebensdauer

Auch für die charakteristische Lebensdauer gibt es nach DGQ /8/ eine Näherung des Vertrauensbereiches, der hier außer von n auch noch von b abhängig ist:

$$T \left(1 \pm u_{(1-\alpha)/2} \frac{1,052}{b\sqrt{n}} \right)$$

Eine weitere Möglichkeit ist die häufig verwendete Näherung mit Hilfe der χ^2 -Verteilung:

$$T \left(\frac{2n}{\chi^2_{2n,\alpha/2}} \right)^{1/b} \leq T \leq T \left(\frac{2n}{\chi^2_{2n,1-\alpha/2}} \right)^{1/b}$$

Über diese Näherungsmethode können auch die Vertrauensgrenzen des Medians t_{50} oder t_{10} (B_{10}) berechnet werden.

Bei einer grafischen Methode werden die Schnittpunkte der Vertrauensgrenzen auf dem Niveau 63,2% bestimmt. Diese Methode wird in Visual-XSel als Beta-Binomial bezeichnet.

Alternative Vertrauensbereiche gibt es bei Bertsche/Lechner /23/, oder in der DIN 55303-7.



Anwendung in Visual-XSel® 12.0

www.crgraph.de/XSel12Inst.exe

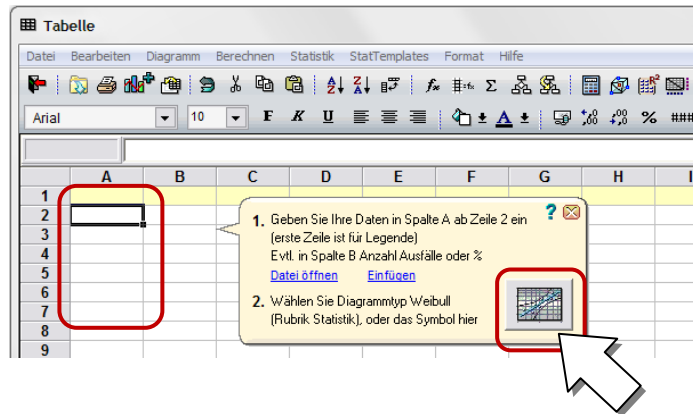
The image shows the Visual-XSel 12.0 software interface. The main window displays a menu of statistical methods, with 'Weibull und Zuverlässigkeitsmethoden' (Weibull and Reliability Methods) highlighted by a red box and a white arrow. Below this, a 'Weibull - Leitfaden' (Weibull - Guide) dialog box is open, providing a detailed configuration screen for Weibull analysis. The dialog is divided into several sections:

- Auswahl (Selection):**
 - Weibull-Netz Daten (Weibull-Net Data):**
 - Vollständige Daten (Alle Teile ausgefallen)
 - Mit Durchläufer (deren Laufzeiten >= la)
 - Mit nicht schadhafte(n) Teil(en) (Unvollständige Laufstrecken)
 - Anwärter Prognose * (Unvollständige Laufstrecken)
 - Sudden Death Testing * (Tests in Gruppen mit je 1 Ausfall)
 - Lebensdauerversuche (Lifetime Tests):**
 - Mindestzuverlässigkeit bestimmen
 - Prüfumfang bestimmen
 - Testdauer bestimmen
 - Weibayes (Auffälle und/oder Durchläufer mit Vorg. b)
 - Weibull-Vorgabe (Weibull Specification):**
 - Direkte Vorgabe (über Punkte oder Steigung)
 - Monte-Carlo * (Punkte generieren aus Vorgabe)
 - Leeres Weibull-Netz
 - Systemzuverlässigkeit (System Reliability):**
 - Fehlerbaumanalyse FTA
 - Reliability Blockdiagramm
 - Methoden (Methods):**
 - Test auf Weibull-Verteilung *
 - Vergleich von zwei Verteilungen *
 - Mischverteilung *
 - Weibull-Wöhler *
 - Weitere Darstellungen und Methoden... * (Tests, Dichtefkt., Lognormal, Schichtlinien usw.)
 - Weibull-Formeln (Weibull Formulas):**
 - Formelsammlung (Berechnung / Taschenrechner)
- Dateneingabe (Data Input):**
 - Dateneingabe über Tabelle
 - Daten aus Zwischenablage
 - Daten aus Datei
- Ausfälle (Failures):**
 - Häufigkeiten aus Anzahl Werte
 - Einzelhäufigkeiten absolut
 - Einzelhäufigkeiten in %
 - Summenhäufigkeiten in %
- Buttons:**
 - Weiter... (Next)
 - Abbruch (Cancel)
 - Hilfe (Help)

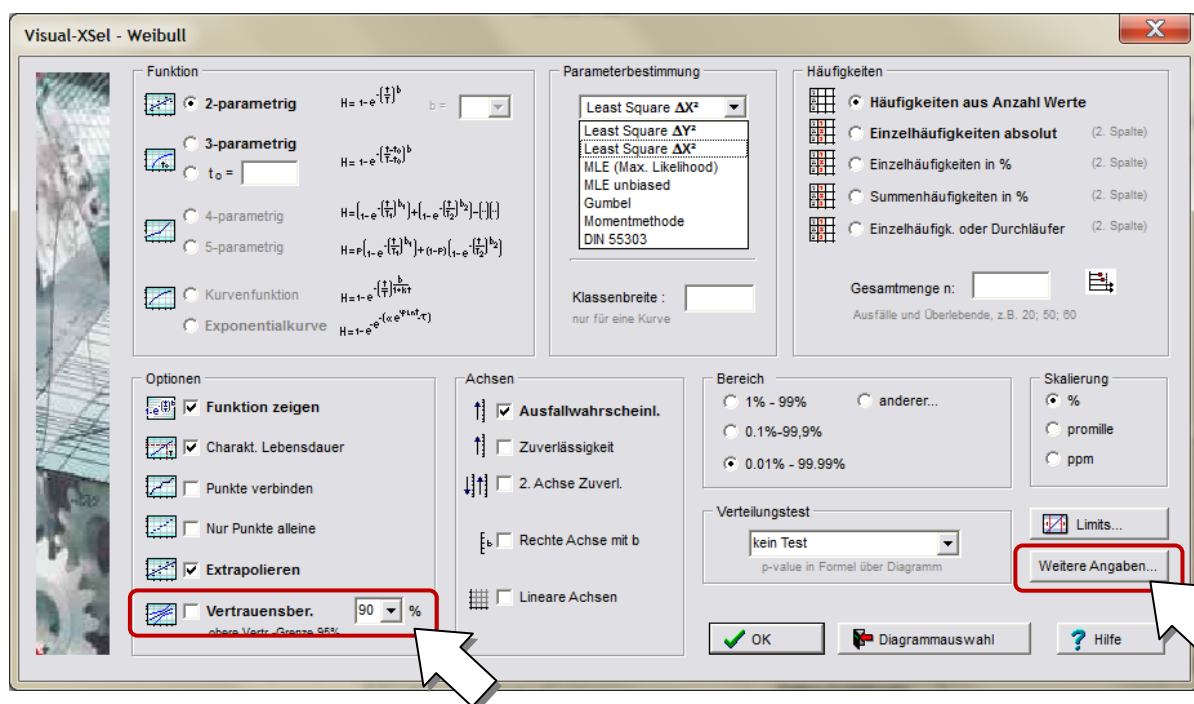
* Methode über Vorlagendatei

Eingabe der Daten in Spalte A ab Zeile 2

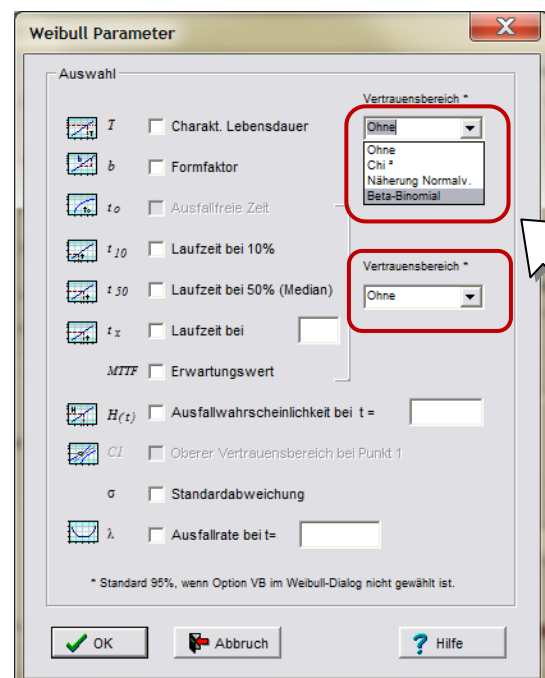
Danach Ikone Weibull klicken.

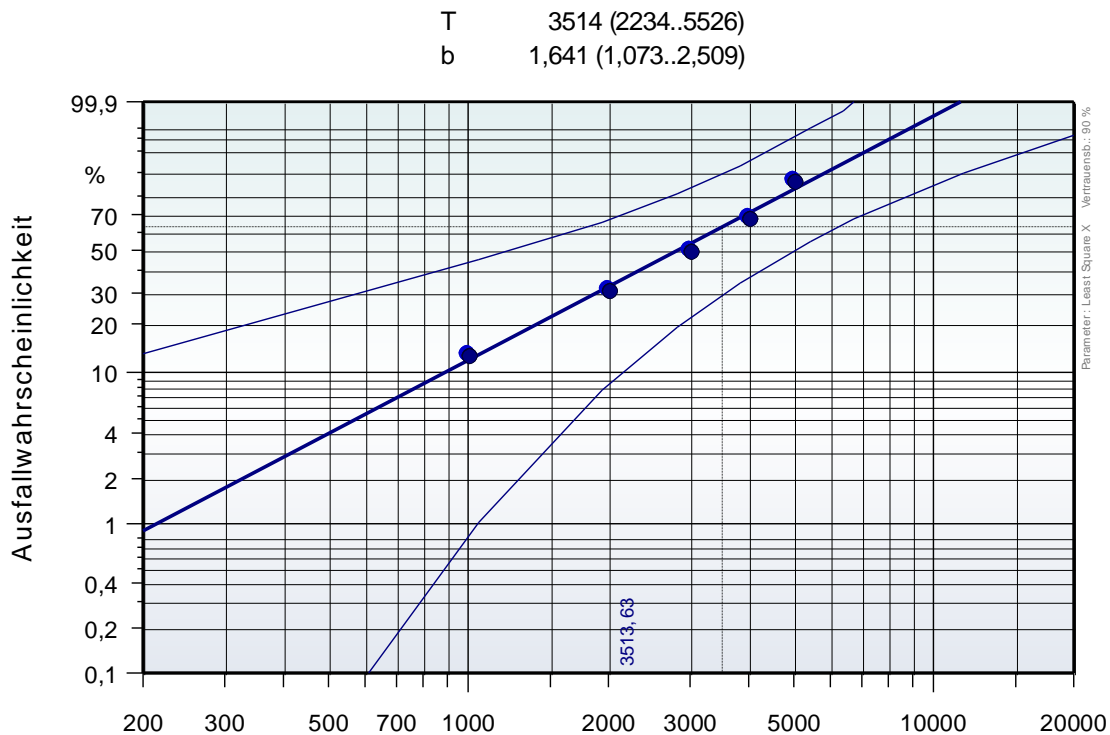


Die Parameterbestimmung kann in der Mitte oben ausgewählt werden. Es stehen alle gebräuchlichen Methoden zur Verfügung.



Wählen Sie einen gewünschten Vertrauensbereich für die Grafik links aus und optional für die Weibull-Parameter rechts (Weitere Angaben).





Literatur:

- /1/ VDA Qualitätskontrolle in der Automobilindustrie
Zuverlässigkeitssicherung bei Automobilherstellern und Lieferanten
Verfahren und Beispiele
Verband der Automobilindustrie (VDA) 2000, 2. und 3. Auflage

- /8/ Formelsammlung zu statistischen Methoden des Qualitätsmanagements
DGQ-Band 11-05
Berlin, Wien, Zürich: Beuth Verlag GmbH 1996
ISBN 3-410-32877-7

- /23/ Zuverlässigkeit im Fahrzeug- und Maschinenbau
Bernd Bertsche / Gisbert Lechner
VDI / Springer Verlag
ISBN 3-540-20871-2

- /31/ Ralf Mock
Methoden zur Datenhandhabung in Zuverlässigkeitsanalysen
vdf Hochschulverlag (1995)
ISBN-10: 3728121827, ISBN-13: 978-3728121820